**Livro: Probabilidade - Aplicações à Estatística – Paul L. Meyer**

**Capitulo 10 – A Função Geratriz de Momentos.**

**Problemas**

1. Suponha que tenha fdp dada por .
   1. Determine a fgm de .
   2. Empregando a fgm , calcule e e verifique sua resposta. (Veja o Comentário à Pág. 262.)
2. 1. Determine a fgm da tensão (incluindo o ruído) tal como apresentada no Probl. 7.25.
   2. Empregando a fgm, obtenha o valor esperado e a variância dessa tensão.
3. Suponha que tenha a seguinte fdp:

(Esta é conhecida como distribuição exponencial a dois parâmetros.)

* 1. Determine a fgm de .
  2. Empregando a fgm, ache e .

1. Seja o resultado da jogada de uma moeda equilibrada.
   1. Determine a fgm de .

Se fosse um dado então

* 1. Empregando a fgm, ache e .

Se fosse um dado então

1. Determine a fgm da variável aleatória do Probl. 6.7. Empregando a fgm, ache e .
2. Suponha que a variável aleatória tenha fdp
   1. Ache a fgm de .
   2. Empregando a fgm, ache e .
3. Empregue a fgm para mostrar que, se e forem variáveis aleatórias independentes, com distribuição e , respectivamente, então será também normalmente distribuída, onde e são constantes.
4. Suponha que a fgm da variável aleatória seja da forma
   1. Qual será a fgm da variável aleatória ?
   2. Calcule .
   3. Você poderá verificar sua resposta a (b), por algum outro método? [Tente “reconhecer” .]

é a fgm de uma distribuição binomial com .

1. Alguns resistores, , são montados em série em um circuito. Suponha que a resistência de cada um seja normalmente distribuída, com e .
   1. Se , qual será a probabilidade de que a resistência do circuito exceda ?
   2. Para que se tenha aproximadamente igual a a probabilidade de que a resistência total exceda , que valor deverá ter ?

é mais adequado.

1. Em um circuito, resistores são montados em série. Suponha que a resistência de cada um seja uniformemente distribuída sobre e suponha, também, que todas as resistências sejam independentes. Seja a resistência total.
   1. Estabeleça a fgm de .
   2. Empregando a fgm, obtenha e . Confirme suas respostas pelo cálculo direto.
2. Se tiver distribuição de , empregando a fgm, mostre que e .
3. Suponha que , a velocidade de um objeto, tenha distribuição . Se for a energia cinética do objeto (onde ), determine a fdp de . Se , calcule .
4. Suponha que a duração da vida de uma peça seja exponencialmente distribuída, com parâmetro . Suponha que dessas peças sejam instaladas sucessivamente, de modo que a -ésima peça seja instalada “imediatamente” depois que a peça de ordem tenha falhado. Seja a duração até falhar a -ésima peça, , sempre medida a partir do instante de instalação. Portanto, representa o tempo total de funcionamento das peças. Admitindo que os sejam independentes, calcule .
5. Suponha que sejam variáveis aleatórias independentes, cada uma tendo distribuição . Calcule . [Sugestão: Empregue o Teor. 9.2]

Teorema 10.8

Teorema 9.2

1. Mostre que se , representar o número de sucessos em repetições de um experimento, o qual , para todo , então terá uma distribuição binomial. (Isto é, a distribuição binomial possui a propriedade aditiva.)
2. (Distribuições de Poisson e Multinominal.) Suponha que , sejam variáveis aleatórias independentes com distribuição de Poisson, com parâmetros . Faça . Nesse caso, a distribuição de probabilidade conjunta de , dado , é dada por uma distribuição multinominal. Isto é,

Observando a definição da distribuição multinominal, verificamos que basta provar que

1. Estabeleça a fgm de uma variável aleatória que tenha distribuição geométrica. Essa distribuição possui a propriedade aditiva?

Não possui a propriedade aditiva.

1. Se a variável aleatória tiver uma fgm dada por , qual será o desvio-padrão de ?
2. Estabeleça a fgm de uma variável aleatória que seja uniformemente distribuída sobre .
3. Um determinado processo industrial produz grande número de cilindros de aço, cujos comprimentos são distribuídos, normalmente, com média polegadas e desvio-padrão polegadas. Se dois desses cilindros forem escolhidos ao acaso e dispostos um em continuação ao outro, qual será a probabilidade de que seu comprimento combinado seja menor do que polegas?

Comentário: Ao calcular ,para , pode surgir uma forma indeterminada. Assim, pode ser da forma . Nesse caso, deveremos tentar aplicar a regra de L’Hôpital. Por exemplo, se for uniformemente distribuída sobre , nós facilmente encontraremos que e . Consequentemente, em , é indeterminada.

Aplicando a regra de L’Hôpital, encontraremos que

Isto confirma que , que é igual a para a variável aleatória apresentada aqui.